**Решение текстовых и прикладных задач по математике начальной школы**

(Констатирующий эксперимент)

В. С. Китаев

(Аннотация, раздел студ. работы, доклад)

**Доклад на Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и наука: проспект Свободный» 21.04.2015**

УДК 373.2.016 (07)

**Решение текстовых и прикладных задач по математике начальной школы**

(Констатирующий эксперимент)

В. С. Китаев

Научный руководитель канд. физ.-мат. наук. В. Г. Васильев

*Сибирский Федеральный Университет*

*Институт педагогики, психологии и социологии*

Одним из основных результатов обучения в школе является умение применять полученные знания в решении практических задач.Способомформированияи проверки таких умений является решение текстовых и прикладных задач, - одной из форм учебного действия «построение системы частных задач, решаемых общим способом», смысл которого в восхождении от абстрактного к конкретному[5,С. 160, 162].

Как известно, эти задачи занимают особое место в курсе математики начальной школы. Отсюда возникает вопрос о самом понятии “текстовая задача” и ее роли в обучении математике. В.В.Давыдов указывает: «Текстовые задачи строятся детьми как частные случаи выражения некоторых общих закономерностей»[4,С. 181, 182].

Следовательно, речь идет о том, что текстовая задача есть способ восхождения от абстрактного к конкретному. Но если это способ, то сама задача выступает как оформляющий и организующий деятельность знак и в этом ее значение [1, С. 1].

Существующие методики решения текстовых задач и сами задачи таковы, что их трудно назвать практическими задачами, поскольку, как правило, их решение алгоритмизировано и зачастую не требует от ребёнка понимания практического смысла текстовой задачи, такие методики, как правило, исключают процесс моделирования условия задачи, сводят её к использованию готовых формул.Вот как описывают А.Б.Воронцов и Е.В. Чудинова эти трудности: «Прежде всего, это трудности одновременного удерживания модельного и реального планов, трудности перевода с одного модельного языка на другой, трудности преобразования модели, то есть движение «внутри» модели по законам её жизни» [2, С. 97].

Таким образом, перед нами стоят две задачи:

1) обнаружить действительные трудности и дефицитыв действиях детей при решении текстовых и прикладных задач, понять их причины;

2) разработатьи реализовать методику решения текстовых и прикладных задач математическими средствами с анализом, моделированием и «построением системы частных задач, решаемых общим способом».

В данной работе решение этих задач осуществляется в рамках теории и практики развивающего обучения системы Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова.

Общий способ решения текстовой задачи выглядит так:

1. Выбрать или создать математическую модель и переформулировать условие текстовых задач на языке этой модели (поставить математическую задачу), другими словами, определить класс задач, решаемых общим способом, в который входит данная текстовая задача как частная задача этого класса [5, С. 162]
2. Решить математическую задачу
3. Интерпретировать математическое решение на языке и смысле текстовой задачи
4. Если текстовая задача допускает выбор другой модели, то необходимо проделать то же самое с новой моделью (полученные интерпретации решений могут быть различны).

Таким образом,мы должны практически обнаружить трудности детей при решении текстовых задач по существующим методикам.

Целевая аудитория – Ученики 4Б класса прогимназии № 131.

Общий ход проведения констатирующего эксперимента –Экспериментатор предлагает задачу для коллективного решения, в коммуникации и обсуждении дети сами или вместе с учителемдолжны получить результат, с которым согласятся все. Затем экспериментатор в отчете об эксперименте описываетлогический ход получения этого результата, и сравнивает его с образцом решения. Если детский ответ, принятый большинством, кардинально расходится с образцом решения, экспериментатор делает вывод, что задача детьми не решена, до конца не понята как частная задача, не выделен ее обобщенный способ и дети испытывают все трудности, описанные А.Б. Воронцовым и Е.В. Чудиновой[5, С. 162, 2, С. 97].

Задачи на нахождение цены

1. «Вязанка дров стоит 7 руб. Сколько может стоить другая вязанка, если 2-ю померить 1-й, то получится 6?». К доске выходит Аня А. и пишет: 7\*6=42руб.Все дети показывают согласие(+).Учитель к Ане: «Можешь показать нам, каким способом ты решала?». Аня кивает и рисует на доске (Рис. 1):



Рис. 1

К детям: «Все согласны? Может быть, у кого-тоесть вопросы или кто-то по-другому сделал?». Дети все как один показывают согласие, слышны выкрики: «У меня так же!» или «Все верно!». «Кто может подвести итог решения этой задачи?». Андрей Л. с места: «Вторая вязанка, по отношению к первой равна 6. Мы умножаем 7 на 6 и получаем 42». Класс показывает плюс (согласие) Андрею.

1. Теперь детям даётся следующая задача.«Когда покупатель стал рассчитываться, то положил на стол 42 руб. Продавец сказал: «Вы что? В 1-й вязанке осиновые дрова, а во 2-й берёзовые, они в 6 раз дороже». Сколько нужно заплатить?».Решают. Выходит Андрей О. и записывает своё решение (Рис. 2). Ответ 252руб. «Ваше отношение, ребята?»(спрашивает учитель). Все дети показывают согласие (+).



Рис. 2

Учитель: «Чем 1-я задача отличается от 2-й?». Из класса слышны выкрики: «Теперь 2-я вязанка из берёзовых дров», «У неё цена другая».

1. Далее задаётся ключевой вопрос: «Если в 1-й задаче цена не дана, как вы тогда её нашли?». Дети говорят: «Ну, там же сказано про рубли», «Мы 7 руб. умножаем, значит в ответе рубли», либо молчат.
2. Следующий вопрос учителя: «Почему мы мерили дрова дровами, а получили рубли?».Обсуждают.Андрей Л.: «Там сказано, что объём второй вязанки равен объёму 6 первых, а первая вязанка стоит 7 руб., значит вторая вязанка по цене, это 6 первых вязанок».
3. Последний вопрос учителя: «В первой задаче сказано: сколько может стоить 2-я вязанка дров? Вы сказали 42 рубля, а продавец потребовал 252 рубля. Кто прав?».Дети: «Получается продавец»; «Продавец»; «У нас получилось столько же, сколько у продавца, значит он прав». Учитель: «Почему вы так считаете?». Слышно не довольное ворчание по классу: «Мы же уже вам объяснили!».

Комментарий. Все предложенные задачи относятся к «системе частных задач, решаемых общим способом» [5, С. 160, 162]. Общий способ решения этих задач связан с понятием умножения действительных чисел. «Всякий вопрос, который приводит к умножению, является проблемой изменения систем единиц (Лебег). Умножение, как арифметическое действие, является выражением или отражением реальной операции перехода от одной единицы счета (измерения) к другой» [3, С. 29]. Этот переход от измерения величины А меркой е к измерению меркой Е формулами может быть записан следующим образом

А = М\*Е, Е = К\*е, ↔ А = М\*(К\*е) = (М\*К)\*е,

А/Е = М, Е/е = К, ↔ А/е = М\*К

где и возникает произведение чисел М и К.

На схеме это выглядит так.



Схема 1.

По этой схеме в первой задаче, где Е – цена маленькой вязанки, а А – цена большой вязанки, нам дано только отношение Е/е = 7. Если цена единицы объема или веса в обеих вязанках одинаковая, то можно полагать, что А/Е = 6, и тогда А/е = 42 или А = 42 руб. Если же цена единицы объема или веса - разная (как, например, в задаче 2), то отношение А/Е требует дополнительного исследования. Как показывают проведенные исследования, задача 1 не рассматривается детьми как обобщение задачи 2, и обе задачи решаются разными способами, во многом не теоретическими, а привычными.

Вывод. Таким образом, понятие умножения как метод решения системы частных задач, к которой относятся все пять задач, детьми не освоен. Учебное действие «построение системы частных задач, решаемых общим способом» не сформировано.

Задачи на измерение площади

1. Найдите площадь прямоугольника, у которого длина равна 4, а ширина 3. Дети чуть ли не хором отвечают 12. Учитель просит кого-нибудь написать на доске формулу; выходит Ярослав О. и пишет S=A\*B–«Длину умножаем на ширину». Учитель: «Все согласны?». Дети показывают согласие (+).

Комментарий.Дети «выучили» формулу и используют её формально. Этот формализм приводит к тому, что дети умножают величины, что является грубым нарушением понимания математических понятий величины и числа.

1. «Хорошо, тогда давайте решим следующую задачу: Найдите площадь прямоугольника» (Рис. 3).



 Рис. 3 Рис. 4

Ребята получают следующие ответы: 12; 12e; 12f; надо измерить площадь по клеточкам (данный рисунок был нарисован на листе в клеточку); нет ответа – это задание ловушка, его нельзя решить; иногда дети приходят к правильным выводам – 12 прямоугольников со сторонами eи f (Рис. 4).

Комментарий. Общей договорённости нет. Дети демонстрируют непонимание того, что площадь прямоугольника при решении этих задач (да и вообще) должна быть записана как число и мерка, а мерку надо найти (хотя некоторые решения таковые и есть).

Сравните площади двух прямоугольников – первого, с длиной 4см и шириной 3дюйма, и второго, с длиной 4дюйма и шириной 3 см. (В.Г. Васильев). Дети предлагают перевести дюймы в сантиметры (1 дюйм примерно равен 2,5 см, если округлить). Учитель: «Как вы собираетесь их переводить, там ведь получается бесконечная десятичная дробь?». Дети: «Мы возьмём примерно». Учитель: «Как это примерно? Математика точная наука!». Дети: «Но если округлить 2,5 всё равно получится», - настаивали они на своём. Учитель: «Поскольку это примерно, то и задачу вы решите примерно?». Дети: «Но мы ведь не сможем найти их площади! Как мы сантиметры на дюймы будем умножать?»«Нам нужно перевести». Учитель: «А как вы сантиметры на сантиметры будете умножать?».

Комментарий.Эта задача позволяет понять, что дети не понимают смысла нахождения площади прямоугольника какчастной задачи общего метода, который заключен в соотношениях величиныА, числаNи меркиe: А= Ne. В частности: чтобы найти величину А, нужно найти мерку е и число N. Поэтому итоговое правило, общий метод, связывающий площадь прямоугольника и его линейные параметры, должно звучать следующим образом: «Если длинаВпрямоугольника измерена меркой f,В= Кf,а ширина С измерена меркой е, C = Le, то площадь прямоугольника S = Ns, где число Nесть произведение чисел Ки L, N = K\*L, а мерка sравна площади прямоугольника со сторонами fи е.

Заключение

Констатирующий эксперимент позволил обнаружить действительные трудности и дефициты детей при решении текстовых и прикладных задач, в основе которых лежит умножение или построение меркикак методы. Используемые детьми способы решения предложенных частных задач показали, что понятие умножения и мерка как методы решения, не освоены детьми до конца. Понятно, что тех способов, которые используют дети, может быть достаточно в обыденной практической деятельности, но с точки зрения развития критического мышления, критики устоявшихся и поиска новых способов и методов решения нестандартных задач, такое «воспроизводство» понятия как метода не является эффективным.

Литература

1. Васильев В.Г., Ерохина Ю.А., Федорова Е.А., Васильева С.Ю., Крощихина Е.Ф., Безрученко Н.Е. О роли текстовых задач.- Бюллетень клуба конфликтологов: сборник статей. - Красноярск 1995. Выпуск 4, С. 73-80.

2. Воронцов А. Б. Чудинова Е. В. Учебная деятельность: введение в систему Д. Б. Эльконина – В. В. Давыдова. – М.: Издатель Рассказов А. И., 2004. -304с.

3. Давыдов В.В. Психологические возможности младших школьников в усвоении математики. – М.:Педагогика, 1969. -288с.

4. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения.- М.: Педагогика, 1986. –240с.

5. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. - М.: Интор, 1996. -544с.

**Доклад на Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и наука: проспект Свободный» 21.04.2015**